PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY VŠE 01

1.

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1}-\sqrt{3}=\frac{2-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}=\frac{2-3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\frac{-\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{(-1)\cancel{\left(\sqrt{3}+1\right)}^{1}}{\cancel{\sqrt{3}+1}_{1}}=\underline{\underline{-1}}$$

Za d) je správně

2.

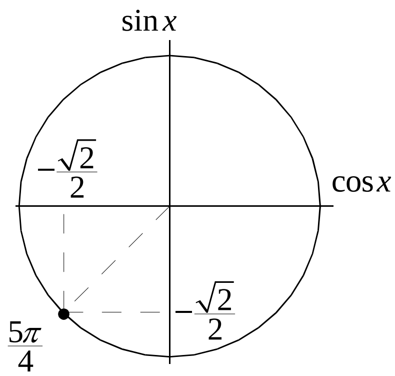
$$\log_3\frac{1}{\sqrt{3}}=\log_3(3)^{-\frac{1}{2}}=\underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

Za a) je správně

3.

$$x_1=\sqrt{2}\left(\cos\frac{5}{4}\pi+i\sin\frac{5}{4}\pi\right)=$$

$$=\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)=-1-i$$



$$x_2=-1+i$$

$$(x-x_1)(x-x_2)=(x+1+i)(x+1-i)=$$

$$=x^2+x-ix+x+1-i+ix+i-i^2=$$

$$=\underline{\underline{x^2+2x+2}}$$

Má-li kvadratická rovnice s reálnými koeficienty 2 komplexní kořeny, jsou to čísla komplexně sdružená

Za a) je správně

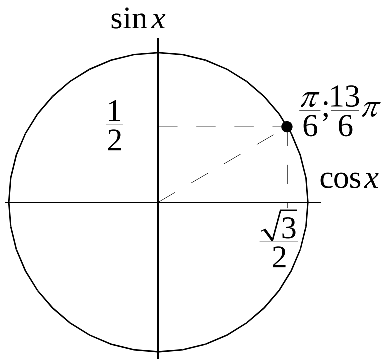
4.

$$\sin\frac{13}{6}\pi=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{13}{6}\pi=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f\left(\frac{13}{6}\pi\right)=\sin\frac{13}{6}\pi+\cos^2\frac{13}{6}\pi=$$

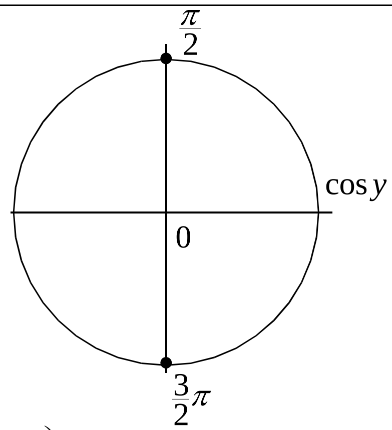
$$=\frac{1}{2}+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\underline{\underline{\frac{5}{4}}}$$



Za d) je správně

5.

$$\cos 2x=0$$
$$2x=y$$
$$\cos y=0$$



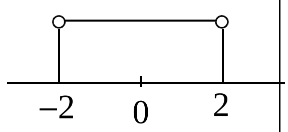
$$y_k=\frac{\pi}{2}+k\pi$$
$$2x_k=\frac{\pi}{2}+k\pi$$
$$x_k=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$$

V intervalu $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ má rovnice tyto kořeny: $\frac{\pi}{4}$. Počet kořenů: $\underline{1}$

Za b) je správně

6.

$$D=b^2-4ac$$
$$D=16-4m^2$$
$$D>0\Rightarrow 16-4m^2>0$$
$$\Rightarrow 4m^2<16\ \Rightarrow\ m^2<4$$
$$|m|<2$$
$$m\in(-2;2)$$



Podmínka: $m\neq 0$ (rovnice by nebyla kvadratická)

$$\underline{\underline{m\in(-2;0)\cup(0;2)}}$$

Za c) je správně

7.

$p: ax + by + c = 0$

$\vec{u} = B - A = (2; -12) \Rightarrow \vec{n}^* = (12; 2)$

$\Rightarrow n = (6; 1)$

$p: 6x + y + c = 0$

Dosadíme souřadnice bodu A: $12 + 5 + c = 0$

$\Rightarrow c = -17$

p: $6x + y - 17 = 0$

a) $36 - 19 - 17 = 0$ … M leží na p

b) $0 + 5 - 17 = -12 \neq 0$ … N neleží na p

c) $30 + 8 - 17 = 21 \neq 0$ … P neleží na p

d) $6 + 3 - 17 = -8 \neq 0$ … Q neleží na p

Za a) je správně

8.

Dosazujeme x–ovou souřadnici za x a y–ovou za $f(x)$

a) $1 = -3 \cdot \cos 0 + 2 = -3 + 2 = -1$ … P neleží na grafu funkce

b) $0 = -3 \cdot \cos \frac{\pi}{2} + 2 = -3 \cdot 0 + 2 = 2$ … Q neleží na grafu funkce

c) $-5 = -3 \cdot \cos \pi + 2 = 3 + 2 = 5$ … R neleží na grafu funkce

d) $5 = -3 \cdot \cos \pi + 2 = 3 + 2 = 5$ … S leží na grafu funkce

Za d) je správně

9.

$\log_4 (x-2) < 1$

$x - 2 < 4^1$

$x - 2 < 4$

$x < 6$

$Podm.: x - 2 > 0$

$x > 2$

$\underline{\underline{x \in (2; 6)}}$

Za a) je správně

10.

$$a_2 + a_6 = 14$$
$$a_4 + a_5 = 16$$

$$a_1 + d + a_1 + 5d = 14$$
$$a_1 + 3d + a_1 + 4d = 16$$

$$2a_1 + 6d = 14 \quad (1)$$
$$2a_1 + 7d = 16 \quad (2)$$

$(2) - (1) \qquad d = 2$

$2a_1 + 12 = 14$

$2a_1 = 2$

$a_1 = 1 \qquad a_{11} = a_1 + 10d = 1 + 20 = \underline{\underline{21}}$

Za c) je správně

11.

$2\sin^2 x + \sin x = 0$

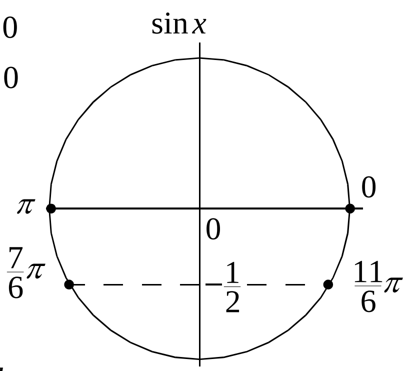
$\sin x (2\sin x + 1) = 0$

a) $\sin x = 0$

$x_{1k} = k\pi$

b) $2\sin x = -1$

$\sin x = -\frac{1}{2}$



$x_{2k} = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$

$x_{3k} = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$

V intervalu $\langle 0; \pi \rangle$ má rovnice tyto kořeny: 0; π.

Počet kořenů je: $\underline{2}$

Za b) je správně

12.

$f(x) = \sqrt{\log(-x^2 + 5x - 5)}$

a) $-x^2 + 5x - 5 > 0 \quad /\cdot(-1)$

$x^2 - 5x + 5 < 0$

$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-20}}{2} = \begin{matrix} \nearrow \frac{5+\sqrt{5}}{2} \\ \searrow \frac{5-\sqrt{5}}{2} \end{matrix}$

$x \in \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}; \frac{5+\sqrt{5}}{2} \right)$

b) $\log(-x^2 + 5x - 5) \geq 0$

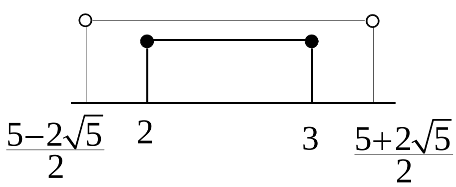
$-x^2 + 5x - 5 \geq 1$

$-x^2 + 5x - 6 \geq 0 \quad /.(-1)$

$x^2 - 5x + 6 \leq 0$

$x_{3,4} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 3 \end{matrix}$

$x \in \langle 2; 3 \rangle$



$D(f) = \langle 2; 3 \rangle$

Za d) je správně

13.

$4^x - 3\cdot 2^x = -2$

$4^x = \left(2^2\right)^x = \left(2^x\right)^2$ ... substituce : $2^x = y, 4^x = y^2$

$y^2 - 3y + 2 = 0$

$y_{1,2} = \frac{3\pm 1}{2} = \begin{matrix} \nearrow 1 \\ \searrow 2 \end{matrix}$

Zpátky k proměnné x:

a) $2^x = 1 = 2^0$ b) $2^x = 2 = 2^1$

$x = 0$ $x = 1$

Zkouška :

$L(0) = 1 - 3 = -2 = P(0)$

$L(1) = 4 - 6 = -2 = P(1)$

$K = \{0;1\}$

Za b) je správně

14.

Obě kružnice jsou zadány obecnou rovnicí. Upravíme ji na středový tvar.

$k_1 : x^2 + y^2 - 18x - 4y + 60 = 0$

$k_1 : \left(x^2 - 18x + 81\right) - 81 + \left(y^2 - 4y + 4\right) - 4 + 60 = 0$

$k_1 : (x-9)^2 + (y-2)^2 = 25$

$S_1[9;2];\ r_1 = 5$

$k_2 : x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$

$k_2 : \left(x^2 - 2x + 1\right) - 1 + \left(y^2 - 2y + 1\right) - 1 = 0$

$k_2 : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$

$S_2[1;1];\ r_2 = \sqrt{2}$

$\vec{u} = S_1 - S_2 = (8;1) \Rightarrow \vec{n} = (1;-8)$

$p : x - 8y + c = 0$

Dosadíme souřadnice S_2 :

$1 - 8 + c = 0 \Rightarrow c = 7$

$p : x - 8y + 7 = 0$

Za b) je správně

15.

$|1-2x| > |x+1| + 3$

Nulové body: $x_{01} = -1;\ x_{02} = \frac{1}{2}$

	$(-\infty;-1)$	$\left(-1;\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2};\infty\right)$
$1-2x$	+	+	−
$x+1$	−	+	+

a) $x \in (-\infty;-1)$

$1 - 2x > -x - 1 + 3$

$-x > 1$

$x < -1$

$P_a = (-\infty;-1)$

b) $x \in \left\langle -1;\frac{1}{2}\right\rangle$

$1 - 2x > x + 1 + 3$

$-3x > 3$

$x < -1$

$P_b = \emptyset$

c) $x \in \left(\frac{1}{2};\infty\right)$

$-1 + 2x > x + 1 + 3$

$x > 5$

$P_c = (5;\infty)$

$P = (-\infty;-1) \cup (5;\infty)$

Za e) je správně